

# 高精度地面核磁共振数据正演计算

翁爱华,王雪秋

吉林大学 地球探测科学与技术学院, 长春 130026

**摘要:**为高精度、快速地完成地面核磁共振信号的正演模拟,借助连分式插值技术对积分核函数利用尽可能少的节点上的值进行插值计算。核函数的积分采用高斯求积公式。对自由空间中单层含水层地面核磁共振响应的数值模拟结果表明,结合插值与高斯积分,能精确、高效地获得地面核磁共振信号。

**关键词:**地面核磁共振;正演模拟;数值积分;连分式插值

**中图分类号:**P631.325 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5888(2007)03-0620-04

## Forward Simulation with High Accuracy of Ground Nuclear Magnetic Resonance

WEN G Ai-hua, WANG Xue-qiu

College of GeoExploration Science and Technology, Jilin University, Changchun 130026, China

**Abstract:** To simulate surface Nuclear Magnetic Resonance (NMR) signal efficiently and accurately, kernel function can be computed from the known values at certain nodes as few as possible by means of continuous fraction interpolation. Numerical results of a single aquifer embedded into free space show that the combination of Gaussian quadrature and continuous fraction interpolation can speed up surface NMR simulation without losing accuracy.

**Key words:** surface NMR; forward simulation; numerical integration; continuous fraction interpolation

## 0 前言

地面核磁共振是勘探地下水的直接方法<sup>[1]</sup>。研究表明,观测到的地面核磁共振信号主要与激发电流脉冲强度和地层含水量的分布有关<sup>[2]</sup>。通过测量地面核磁共振信号与激发电流脉冲强度的变化关系,可以反演获得地层含水量及其分布<sup>[3]</sup>。因此,地面核磁共振勘探找水技术很快得到应用,并在不同的国家开展了试验研究<sup>[4~7]</sup>。为了更好地研究地面核磁共振勘探效果,需要利用正演模型模拟了解影响核磁共振勘探效果的各种因素<sup>[8,9]</sup>。地面核磁共振的正演模拟涉及到回线源在导电介质中任意点磁

场的计算和核函数的积分。此时的电磁场表达式是以含有振荡 Bessel 函数的 Hankel 积分形式给出的,不能采用数字滤波方法,只能采用数值积分技术才能达到较高的计算精度,但相应地计算量变大<sup>[10]</sup>。

为了提高计算速度,又不降低精度,在磁场计算的基础上,主要对提高核函数的积分计算速度与精度进行了讨论。对于核函数的积分,不采用简单的梯形积分,而利用数值积分计算核函数积分,其中积分节点处的核函数通过由尽可能少的节点上的核函数数值插值求取。

本文首先简单介绍了地面核磁共振的正演计算

收稿日期:2006-08-27

基金项目:国家自然科学基金项目(40304009);国家油气重大专项项目(XQ-2004-07)

作者简介:翁爱华(1969-),男,安徽天长人,副教授,博士,主要从事核磁共振在地球物理理论与应用研究以及电(磁)法勘探的教学与研究工作, Tel:0431-87691147, E-mail:wengaihua@email.jlu.edu.cn。

原理。接着讨论了连分式插值的原理及其在地面核磁共振数值模拟中的应用。最后,基于插值结果,利用高斯求积公式计算核函数的积分,从而最终获得地面核磁共振的响应。

### 1 层状模型地面核磁共振正演

假设发射线圈为圆环线,在地面核磁共振勘探中,当激发脉冲电流停止后,回线中将产生随时间  $t$  变化的自由感应信号,信号的初始强度(振幅)  $E_0(Q)$  为

$$E_0(Q) = \frac{1}{I} \int_V M(r, Q) \cdot B_1(r) dV, \quad (1)$$

式中:  $Q = I$  称为激发电流脉冲强度,  $I$  为电流强度,  $t$  为电流持续时间,  $\omega$  为质子在地磁场中的核磁共振圆频率,  $B_1(r) = \mu_0 H_1(r)$ ,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $H_1(r)$  是回线源在位置  $r$  产生的磁场强度垂直于地磁场的分量,  $M$  是地下含水层中质子磁矩被激发磁场扳倒后垂直于地磁场的分量。当地下含水层呈层状分布时,  $E_0(Q)$  可化为对变量  $z$  的积分形式,即

$$E_0(Q) = \int_0^\infty K(Q, z) n(z) dz, \quad (2)$$

式中:  $n(z)$  是地层含水量,  $K(Q, z)$  称为积分核,并有

$$K(Q, z) = \frac{1}{I} M_0 \iint \sin(x, y, z, Q) dx dy. \quad (3)$$

如果设含水层为分层均匀的,则可进一步令

$$n(z) = \sum_j n_j f(z), \quad f(z) = \begin{cases} 1 & z_j \leq z < z_j + z_j, \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $n_j$  为第  $j$  含水层的含水量,且  $0 < n_j < 1.0$ ;  $z_j$  为第  $j$  含水层顶面埋深,也是数值计算的模型  $z$  向节点坐标;  $z_j$  为对应的含水层厚度。这样式(2)可离散化为

$$E_0(Q) = \sum_{j=1} F_j n_j, \quad (5)$$

$$F_j = \int_{z_j}^{z_{j+1}} K(Q, z) dz. \quad (6)$$

从(2)式和(3)式可见,为提高地面核磁共振正演模拟精度,必须较精确地计算出积分核函数  $K(Q, z)$  及其积分(6)式。

### 2 积分核函数的连分式插值

从(6)式可见,对于层状含水层,为精确计算  $F_j$ ,必须精确计算不同深度  $z$  处的积分核函数  $K(Q, z)$ 。翁爱华等<sup>[8]</sup>已经较为详细讨论了保证  $K(Q, z)$  计算精度的技术。为采用数值积分计算(6)式,需要计算任意积分节点对应深度的核函数。显然,可以直接根据插值节点的  $z$  坐标计算核函数,但计算量非常大。该计算量主要来自地面大回线源在空间特定深度上平面内任意一点核函数递推公式计算。为此,利用尽可能少的  $z$  向节点上的核函数精确计算值,通过插值得到任意深度处的核函数,从而为采用数值积分提供条件。

插值的数值方法较多,由于核磁信号非常弱,要求采用插值方法的精度高。这里选择不等距连分式插值技术<sup>[11]</sup>。设给定  $n$  个不等距结点  $x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n$  及相应的函数值  $y_1 < y_2 < \dots < y_{n-1} < y_n$ ,可以构造一个  $n$  节连分式:

$$f(x) = b_1 + \frac{x - x_1}{b_2 + \frac{x - x_2}{b_3 + \dots + \frac{x - x_{n-1}}{b_n}}}, \quad (7)$$

其中  $b_1, b_2, \dots, b_n$  由下列递推公式计算:

$$\begin{cases} b_1 = y_1, \\ \begin{cases} u = y_j, \\ u = (x_j - x_i) / (u - b_i), \\ b_j = u. \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

$i = 1, 2, \dots, j - 1; j = 2, 3, \dots, n.$

在实际进行插值计算时,在指定插值点  $t$  的前后各取 4 个节点就足够了。此时计算八节连分式值  $f(t)$ ,即为插值点  $t$  处的函数近似值。

利用连分式插值的结果如图 1 所示。具体模型参数如下:发射回线半径为 50 m,地磁场为  $5 \times 10^4$  nT,地磁倾角  $0^\circ$ 。埋深 40 m,厚度 10 m、含水量为 30% 的单层含水层位于电阻率为  $10^4 \Omega \cdot m$  的均匀半空间中。激发电流 3 A,脉冲宽度 30 ms,因此脉冲参数  $Q = 90 A \cdot ms$ 。插值点比抽样点个数多 1 倍。从图可见,插值结果与理论结果非常一致,最大相对误差小于 0.5%。

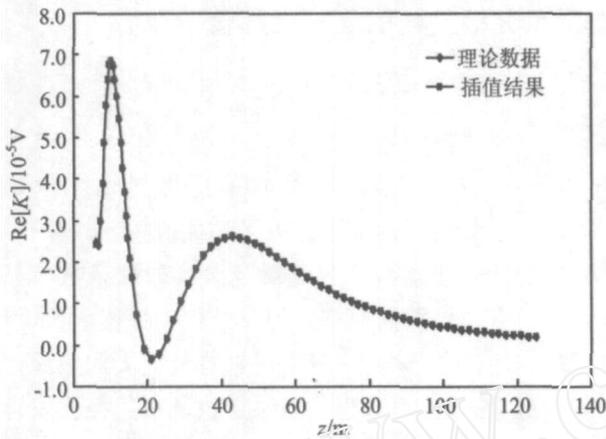


图 1 积分核函数插值结果

Fig. 1 Comparison of integral kernel between theoretical and interpolated results

### 3 数值积分

从(6)式可见,第  $j$ -深度区间  $z_j$  内,核函数的积分  $F_j$  可由最简单的梯形积分公式

$$F_j = (K(Q, z_j) + K(Q, z_{j+1}))/2 \cdot z_j \quad (9)$$

求取。当  $z_j$  较大时,积分的计算精度可能会降低。同时,梯形积分当被积函数在积分区间内为线性时精度较高,但从图 1 可见,积分核函数是振荡的。为此,采用了积分精度较高的 7 点高斯求积公式计算(6)式的积分,而积分节点处的核函数可利用上面的连分式插值方法由已知节点上的核函数值通过插值求取。

图 2 给出了基于图 1 中模型核函数积分的计算结果。其中图 2a 与图 2b 分别是剖分间隔为 2 m 时计算的积分实部和虚部。由于围岩的导电性很差,虚部相对实部非常小,可以不考虑信号的复数特性。从图可见,梯形积分与高斯积分的计算精度相当。实际上,在当前的模型剖分中,剖分的间隔相对较小,在这么窄的间隔内,核函数基本是深度的线性函数。

但当采用 8 m 的深度间隔时,在  $Q = 5000 \text{ A} \cdot \text{ms}$  时,两者计算的核函数积分实部(虚部太小,没有讨论)在浅部出现较大的误差,而深部精度基本一致(图 3)。究其原因,在浅部核函数变化较快,剖分间隔较大导致梯形积分的精度下降。图 4 给出了采用高斯积分结合插值技术计算得到的图 1 模型的地面核磁共振振幅响应。由于含水层基本位于自由空间中,因此其核磁响应的相位基本为 0。

### 4 结论

通过对层状导电模型地面核磁共振的数值模拟,可以得出以下结论:

(1) 采用连分式插值方法能保证核函数的计算精度;

(2) 当为提高计算效率采用较大的剖分间隔时,在计算精度上,高斯数值积分要高于梯形积分算法。

这为提高地面核磁共振数据正演模拟和反演的速度提供了理论基础。

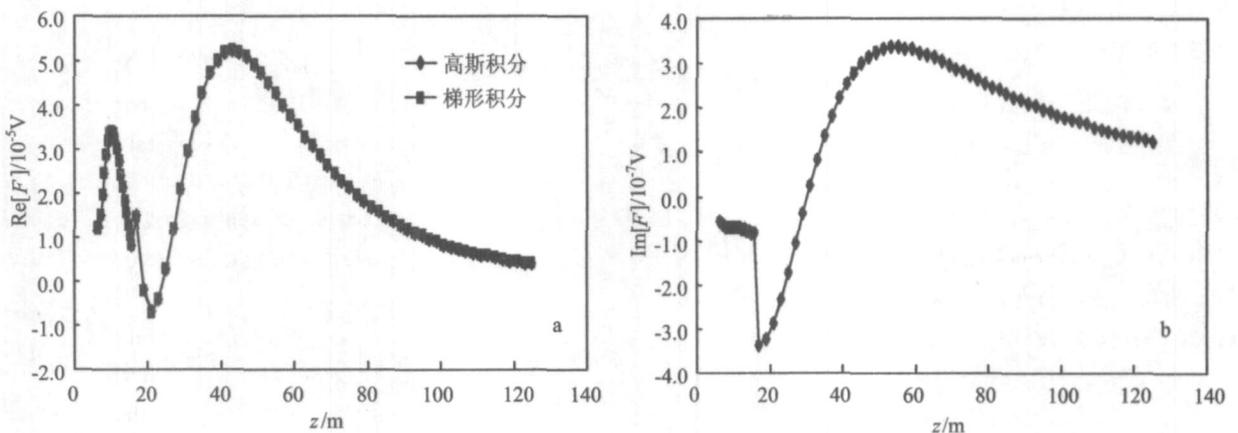


图 2 2m 剖分间隔时核函数积分结果

Fig. 2 Integration results of kernel function when 2.0 m

a. 实部; b. 虚部

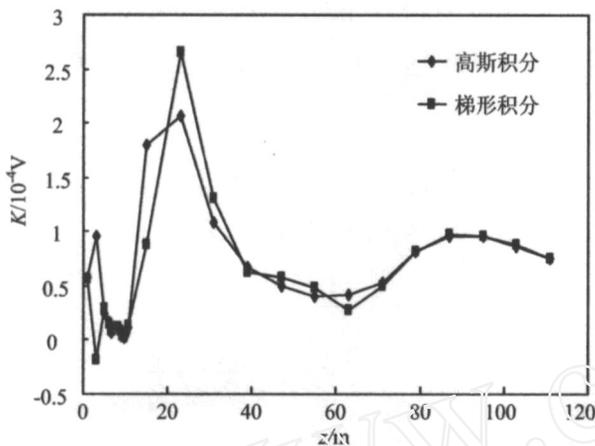


图 3 8m 剖分间隔时核函数积分结果

Fig. 3 Integration results of kernel function when 8.0m

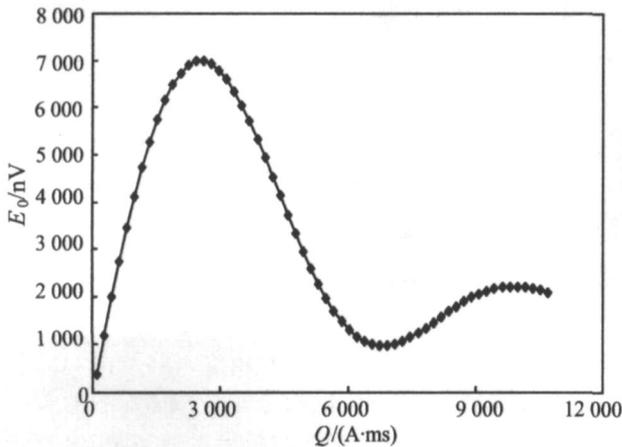


图 4 图 1 模型的地面核磁共振振幅响应

Fig. 4  $E_0(Q)$  of the model in Fig. 1

参考文献(References):

[1] Semenov A G, Schirov M D, Legchenko A V. On the technology of subterranean water exploration founded on application of nuclear magnetic resonance tomograph " Hydroscope " [ C ]// IXth Ampere summer school , 1987 (20 - 26) :214.  
 [2] Shushakov O A , Legchenko A V. Calculation of underground water proton magnetic resonance signal with regard to conductivity[J]. Geology and Geophysics(In Russian) , 1994 ,35 :3.  
 [3] Legchenko A V , Shushakov O A. Inversion of surface NMR data[J]. Geophysics , 1998 , 63(1) :75-84.

[4] Schirov M , Legchenko A. A new direct non-invasive groundwater detection technology for Australia [J]. Exploration Geophysics , 1991 , 22(2) :333-338.  
 [5] Yaramanci U , Lange G , Knödel K. Surface NMR within a geophysical study of an aquifer at Haldensleben(Germany) [J]. Geophysical Prospecting , 2000 ,47 (5) :923-943.  
 [6] 万乐,袁照令,潘玉玲. 地面核磁共振感应系统 (NUMIS) 及其在找水中的应用[J]. 物探与化探 ,1999 ,23 (5) :330-334.  
 WAN Le , YUAN Zhao-ling , PAN Yu-ling. The nuclear magnetic induced system (NUMIS) and its applications to the ground water exploration[J]. Geophysical and Geochemical Exploration ,1999 ,23(5) :330-334.  
 [7] 潘玉玲. 利用核磁共振方法探查基岩裂隙水[J]. CT理论与应用研究 ,2000 ,9(1) :22-25.  
 PAN Yu-ling. Detecting bedrock fissure water with Nuclear Magnetic Resonance (NMR) method[J]. CT Theory and Applications ,2000 ,9(1) :22-25.  
 [8] 翁爱华,李舟波,王雪秋. 层状导电介质中地面核磁共振响应特征理论研究[J]. 地球物理学报 ,2004 , 47 (1) :156-163.  
 WENG Ai-hua , LI Zhou-bo , WANG Xue-qiu. A study on surface nuclear magnetic resonance over layered conductive earth [J]. Chinese J. Geophys , 2004 , 47 (1) :156-163.  
 [9] Trushkin D V , Shushakov O A , Legchenko A V. Surface NMR applied to an electroconductive medium[J]. Geophysical Prospecting , 1995 , 43(4) :623-633.  
 [10] 翁爱华,李舟波,王雪秋. 地表大回线源在任意层状介质中产生磁场的计算[J]. 物探化探计算技术 , 2000 ,22(3) :245-249.  
 WENG Ai-hua , LI Zhou-bo , WANG Xue-qiu. The magnetic field computation for large loop source[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration , 2000 , 22(3) :245-249.  
 [11] 李建平,李桐林,张辉,等. 不规则回线源层状介质瞬变电磁场正反演研究及应用[J]. 吉林大学学报(地球科学版) ,2005 ,35(6) :790-795.  
 LI Jianping , LI Tong-lin , ZHANG Hui , et al. Study and application of the TEM forward and inversion problem of irregular loop source over the layered medium[J]. Journal of Jilin University(Earth Science Edition) ,2005 ,35(6) :790-795.